全国各类成人高等学校招生考试

专科起点升本科

高等数学(二)全真模拟试卷(七)

(考试时间 120 分钟)

题　号	一	二	三	总　分	
题　分	40	40	70	统分人	
得　分				核分人	

得 分	阅卷人	核分人

一、选择题(在每题给出的四个选项中只有一项符合题目要求. 每题 4 分,共 40 分.)

1. 下列各式成立的是　　【　　】

A. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sin x\,dx \leqslant \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos x\,dx$　　B. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sin x\,dx \geqslant \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos x\,dx$

C. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sin x\,dx < \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos x\,dx$　　D. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sin x\,dx > \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos x\,dx$

2. $\int_{-1}^{1} \frac{x}{\sqrt{10-6x}}\,dx =$　　【　　】

A. $\frac{2}{27}$　　B. $\frac{1}{54}$

C. $\frac{5}{9}$　　D. $\frac{2}{3}$

3. 设 $F(x)$是 $f(x)$的一个原函数,则 $\int \cos x f(\sin x)\,dx =$　　【　　】

A. $F(\cos x)+C$　　B. $-F(\cos x)+C$

C. $F(\sin x)+C$　　D. $-F(\sin x)+C$

4. 设函数 $z=\ln xy+e^{x^2 y}$,则$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,2)}=$　　【　　】

A. $\frac{1}{2}-2e^2$　　B. $1+2e^2$

C. $1+e^2$　　D. $\frac{1}{2}+e^2$

5. 设离散型随机变量 ξ 的分布列为 $\begin{array}{c|c|c|c|c} \xi & -2 & -1 & 0 & 2 \\ \hline P & 0.2 & 0.1 & 0.4 & c \end{array}$，则期望值 $E(\xi)=$　　【　　】

A. -1　　B. 0

C. 0.1　　D. 0.4

6. 当 $x\to 0$ 时 $e^x-e^{-x}-2x$ 是比 $x-\sin x$　　【　　】

A. 低阶无穷小　　B. 高阶无穷小

C. 等价无穷小　　D. 同阶但非等价无穷小

7. 设 $f'(x_0)=-2$，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0-\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=$　　【　　】

A. 2　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. $-\dfrac{1}{2}$　　D. -2

8. $f(x)=\ln 2^x+x^2$，则 $f'(2)=$　　【　　】

A. $\ln 2+4$　　B. $2\ln 2+4$

C. $\dfrac{17}{4}$　　D. $4\ln 2+4$

9. 函数 $f(x)=\begin{cases} x-1 & 0\leqslant x<1 \\ 2x & 1\leqslant x\leqslant 3 \end{cases}$ 的连续区间是　　【　　】

A. $[0,1)\cup(1,3]$　　B. $[1,3]$

C. $[0,1)$　　D. $[0,3]$

10. “$x\in(a,b)$ 时，$f'(x)>0$”是函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内单调增加的　　【　　】

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充分且必要条件　　D. 非充分非必要条件

得 分	阅卷人	核分人

二、填空题(将答案填在横线上. 每题 4 分，共 40 分.)

11. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^{3x}=$__________.

12. $y=a^{\tan x}$，则 $y'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=$________.

13. 设 $y=x^2\cos x+2^x+e$，则 $y'=$__________.

14. 曲线 $y=x^3-3x^2+2x+1$ 的拐点是__________.

15. 设 $y=x^2e^x$，则 $y''(0)=$__________.

16. $\int e^x\arctan e^x\,dx=$______________.

17. $\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{x(1+\ln x)^{3}}\mathrm{d}x=$________.

18. $\int_{0}^{2}\frac{1}{x^{2}-4x+3}\mathrm{d}x=$________.

19. 设 $z=xye^{xy}$,则$\frac{\partial z}{\partial x}=$________.

20. 由曲线 $y=x+1$,$y=x^{2}(x\geqslant 0)$,$y=1$ 与 x 轴所围成的平面图形的面积为________.

得 分	阅卷人	核分人

三、解答题(应写出推理演算步骤.共 70 分.)

21.(本题满分 8 分)

求 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{2-x}-\sqrt{x}}$.

22.(本题满分 8 分)

设 y 是由方程 $\sin(xy)+\frac{1}{y-x}=1$ 所确定的函数,求 $y'\Big|_{x=0}$.

23.(本题满分 8 分)

求 $\int_{1}^{\sqrt{2}}\frac{\mathrm{d}x}{x^{2}\sqrt{4-x^{2}}}$.

24.（本题满分 8 分）

设 $z=f(xy,\frac{x}{y})$，求 dz.

25.（本题满分 8 分）

20 件产品中有 3 件次品，现从中随机抽取两件.

求（ⅰ）其中恰有一件次品的概率；

（ⅱ）其中至少有一件次品的概率.

26.（本题满分 10 分）

求函数 $y=\frac{x+1}{x^2}$ 的单调区间，极值，凹凸区间，拐点及渐近线.

27.(本题满分 10 分)

设连续函数 $f(x)=\ln x-\int_1^e f(x)\mathrm{d}x$,求证:$\int_1^e. f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{e}$

28.(本题满分 10 分)

求曲线 $y=e^x$,$x^2+y^2=1$ 及直线 $x=1$ 所围平面图形绕 x 轴旋转所得旋转体的体积.

高等数学(二)全真模拟试卷(七)参考答案

一、选择题

1. D　2. A　3. C　4. D　5. C　6. D　7. A　8. A　9. A　10. A

二、填空题

11. e^{-6}

12. $2a\ln a$

13. $2x\cos x - x^2\sin x + 2^x\ln 2$

14. $(1,1)$

15. 2

16. $e^x\arctan e^x - \dfrac{1}{2}\ln(1+e^{2x})+C$

17. $\dfrac{1}{2}$

18. $-\dfrac{1}{2}\ln 3$

19. $ye^{xy}(1+xy)$

20. $\dfrac{7}{6}$

三、解答题

21. **解**:原式$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x})}{2-x-x}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x})}{2(1-x)}$$

$$=-\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{2-x}+\sqrt{x}}{2}=-1$$

22. **解**:两边对 x 求导得

$$\cos(xy)(y+xy')-\frac{y'-1}{(y-x)^2}=0$$

由原方程知 $x=0$ 时 $y(0)=1$

将$(0,1)$代入上式得

$$1-\frac{y'-1}{1}=0$$

$$\therefore y'\Big|_{x=0}=2$$

23. **解**：设 $x=2\sin t$，则

$$原式=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{2\cos t\,dt}{4\sin^2 t\cdot 2\cos t}=\frac{1}{4}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\sin^2 t}dt$$

$$=\frac{1}{4}(-\cot t)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{1}{4}(-1+\sqrt{3})$$

$$=\frac{1}{4}(\sqrt{3}-1)$$

24. **解**：设 $u=xy, v=\frac{x}{y}$

则 $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}$

$$=y\frac{\partial f}{\partial u}+\frac{1}{y}\frac{\partial f}{\partial v}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=x\frac{\partial f}{\partial u}-\frac{x}{y^2}\cdot\frac{\partial f}{\partial v}$$

$$\therefore dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy$$

$$=(y\frac{\partial f}{\partial u}+\frac{1}{y}\frac{\partial f}{\partial v})dx+(x\frac{\partial f}{\partial u}-\frac{x}{y^2}\cdot\frac{\partial f}{\partial v})dy$$

25. **解**：（ⅰ）设 A 为“2 件中恰有一件是次品”则

$$P(A)=\frac{C_3^1\cdot C_{17}^1}{C_{20}^2}=\frac{51}{190}$$

（ⅱ）设 B 为“至少有一件次品”，则

$$P(B)=\frac{C_3^1\cdot C_{17}^1+C_3^2\cdot C_{17}^0}{C_{20}^2}=\frac{27}{95}$$

26. **解**：$y'=\frac{-x-2}{x^3}, y''=\frac{2x+6}{x^4}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+1}{x^2}=0$，水平渐近线 $y=0$

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x+1}{x^2}=\infty$，垂直渐近线 $x=0$

	$(-\infty,-3)$	-3	$(-3,-2)$	-2	$(-2,0)$	0	$(0,+\infty)$
y'	$-$		$-$	0	$+$		$-$
y''	$-$	0	$+$		$+$		$+$
y	↘		↘	$-\frac{1}{4}$	↗	0	↘

$(-\infty,-2),(0,+\infty)$ 减区间

$(-2,0)$ 增区间

$(-\infty,-3)$ 凸区间

$(-3,0),(0,+\infty)$ 凹区间

$x=-2$ 时 y 有极小值 $-\frac{1}{4}$

$x=0$ 时 y 有极大值 0

拐点为 $\left(-3,-\frac{2}{9}\right)$

27. **证明：**设 $\int_1^e f(x)\mathrm{d}x=C$，$\therefore f(x)=\ln x-C$

$$\therefore C=\int_1^e(\ln x-C)\mathrm{d}x=\int_1^e\ln x\,\mathrm{d}x-C(e-1)$$

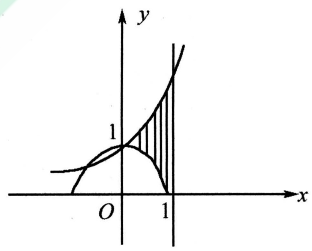
$$=x\cdot\ln x\Big|_1^e-\int_1^e x\cdot\frac{1}{x}\mathrm{d}x-C(e-1)$$

$$=e-(e-1)-C(e-1)$$

$$=1-C(e-1)$$

$$\therefore C=\frac{1}{e}\quad 故\int_1^e f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{e}$$

28. **解：**如图所示



$$V=\pi\int_0^1[(e^x)^2-(1-x^2)]\mathrm{d}x$$

$$=\pi\left(\frac{1}{2}e^{2x}-x+\frac{1}{3}x^3\right)\Big|_0^1$$

$$=\pi\left[\frac{1}{2}(e^2-1)-1+\frac{1}{3}\right]$$

$$=\pi\left(\frac{1}{2}e^2-\frac{7}{6}\right)$$