

全国各类成人高等学校招生考试

专科起点升本科

高等数学(二)全真模拟试卷(五)

(考试时间 120 分钟)

题 号	一	二	三	总 分	
题 分	40	40	70	统分人	
得 分				核分人	

得 分	阅卷人	核分人

一、选择题(在每题给出的四个选项中只有一项符合题目要求, 每题 4 分, 共 40 分.)

1. $\int_{-1}^1 |x| dx =$

【 】

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

2. $\int x de^{-x} =$

【 】

A. $xe^{-x} + C$

B. $-xe^{-x} + C$

C. $xe^{-x} + e^{-x} + C$

D. $xe^{-x} - e^{-x} + C$

3. 下列广义积分收敛的为

【 】

A. $\int_1^{+\infty} x dx$

B. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

D. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

4. 设 $z = e^{xy}$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{(1,0)} =$

【 】

A. 1

B. 0

C. $\frac{1}{e}$

D. e

5. 设离散型随机变量 ξ 的概率分布为

ξ	0	1	2	3
$P(\xi=x_i)$	0.3	0.1	0.2	0.4

则 $D(\xi) =$

【 】

A. 1.61

B. 0.44

C. 4.5

D. 3.5

6. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 4]$, 则 $f(x^2)$ 的定义域为

【 】

A. $[-16, 16]$

B. $[-2, 2]$

C. $[0, 16]$

D. $[0, 2]$

7. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 $e^{2x} - 1$ 等价的无穷小量是

【 】

A. x

B. $2x$

C. $4x$

D. x^2

8. 设 $f(\sin x) = 3 - \cos 2x$, 则 $f'(\cos x) =$

【 】

A. $\sin 2x$

B. $-2\sin 2x$

C. $\cos 2x$

D. $-\cos 2x$

9. 设 $\int_0^1 (2x + a) dx = 2$, 则 $a =$

【 】

A. 1

B. -1

C. 0

D. 2

10. $\sec^2 x$ 的一个原函数 $F(x) =$

【 】

A. $\sec^2 x$

B. $\sec x \tan x$

C. $\tan x$

D. $-\tan x$

得 分	阅卷人	核分人

二、填空题(将答案填在横线上. 每题 4 分, 共 40 分.)

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2} =$ _____.

12. $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t - \sqrt{t}}{\sqrt{t} - 1} =$ _____.

13. $y = \frac{1}{1 + \tan x}$, 则 $y' =$ _____.

14. 设 $y = \sin x$, 则 $y^{(10)} =$ _____.

15. $\int_1^2 \frac{1}{x^2} 5^{\frac{1}{x}} dx =$ _____.

16. $\int e^{2x^2 + \ln x} dx =$ _____.

17. 已知 $\int k \tan 2x dx = \frac{2}{3} \ln |\cos 2x| + C$, 则 $k =$ _____.

18. 设 $y = \ln y - 2x \ln x$ 确定函数 $y = y(x)$, 则 $y' =$ _____.

19. 设 $z = e^{\sin x} \cos y$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} =$ _____.

20. $z = \sin(xy) + 2x^2 + y$, 则 $dz =$ _____.

得分	阅卷人	核分人

三、解答题(应写出推理演算步骤. 共 70 分.)

21. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(2^{\frac{1}{x}} - 1)$.

22. (本题满分 8 分)

求曲线 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的水平渐近线和铅直渐近线.

23. (本题满分 8 分)

已知 $y = \sin \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, 求 y' .

24. (本题满分 8 分)

求 $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx$.

25. (本题满分 8 分)

某气象站天气预报的准确率为 0.8, 求 5 次预报中至少有 4 次准确的概率.

26. (本题满分 10 分)

求由直线 $y=2x$ 与 $y=\frac{x}{2}$ 及 $x+y=2$ 围成的平面图形的面积 S .

27. (本题满分 10 分)

讨论函数 $y = \ln(1+x^2)$ 的单调区间、极值点、凹凸区间及拐点.

28. (本题满分 10 分)

用直径为 30cm 的圆木, 切割成横断面为矩形的梁, 问梁的横断面底边和高各为多少时, 横断面面积最大.

则 $P(A)=0.28$

$P(B)=0.24$

$P(C)=0.19$

则 $P(D)=P(A+B+C)$

$$=P(A)+P(B)+P(C)$$

$$=0.28+0.24+0.19$$

$$=0.71$$

26. 解: 设 $\int_0^1 f(x)dx=a$, 则 $f(x)=3x^2-ax$

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (3x^2-ax)dx = \left(x^3 - \frac{1}{2}ax^2\right) \Big|_0^1 = 1 - \frac{a}{2}$$

令 $1 - \frac{a}{2} = a$ 则 $a = \frac{2}{3}$

$$\therefore f(x) = 3x^2 - \frac{2}{3}x$$

27. 解:

$$\begin{cases} y=2-x^2 \\ y=2x-1 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ 得 } x=1, y=1$$

$$\begin{aligned} V_x &= \pi \int_0^1 (2-x^2)^2 dx - \pi \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x-1)^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^2 + 4) dx - \pi \int_{\frac{1}{2}}^1 (4x^2 - 4x + 1) dx \\ &= \frac{27}{10}\pi \end{aligned}$$

28. 证明: $\int_2^3 dx \int_2^x f(y)dy = \int_2^3 dy \int_y^3 f(y)dx$

$$= \int_2^3 f(y)x \Big|_y^3 dy$$

$$= \int_2^3 f(y)(3-y)dy$$

$$= \int_2^3 f(x)(3-x)dx \text{ 得证}$$

高等数学(二)全真模拟试卷(五)参考答案

一、选择题

1. B 2. C 3. D 4. A 5. A 6. B 7. B 8. B 9. A 10. C

二、填空题

$$11. e^2 \quad 12. 1 \quad 13. -\frac{1}{(\cos x + \sin x)^2} \quad 14. -\sin x \quad 15. \frac{1}{\ln 5}(5 - \sqrt{5})$$

$$16. \frac{1}{4}e^{2x^2} + C \quad 17. -\frac{4}{3} \quad 18. \frac{2y(1 + \ln x)}{1 - y} \quad 19. -\sin y \cos x e^{\sin x}$$

$$20. [4x + y \cos(xy)]dx + [1 + x \cos(xy)]dy$$

三、解答题

$$\begin{aligned} 21. \text{解: 原式} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{\frac{1}{x}} \ln 2 \left(-\frac{1}{x^2}\right)}{-\frac{1}{x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{\frac{1}{x}} \ln 2 = \ln 2 \end{aligned}$$

$$22. \text{解: } \because \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x} = \infty$$

$\therefore x=0$ 是 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的铅直渐近线

$$\because \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$\therefore y=0$ 是 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的水平渐近线

$$\begin{aligned} 23. \text{解: } y' &= \cos \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \cdot \frac{-(1+x) - (1-x)}{(1+x)^2} \\ &= \cos \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \cdot \frac{-2}{(1+x)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \cdot \frac{-1}{(1+x)^2} \cos \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \\ &= -\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{(1+x)^2} \cos \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \end{aligned}$$

$$24. \text{解: 设 } \sqrt{5-4x} = t, x = \frac{1}{4}(5-t^2), dx = -\frac{t}{2}dt$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & 1 & -1 \\ \hline - & 64 & - \end{array}$$

t	1	3
---	---	---

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= \int_3^1 \frac{\frac{1}{4}(5-t^2)}{t} \left(-\frac{t}{2}\right) dt \\
 &= \frac{1}{8} \int_1^3 (5-t^2) dt \\
 &= \frac{1}{8} \left(5t - \frac{t^3}{3}\right) \Big|_1^3 = \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

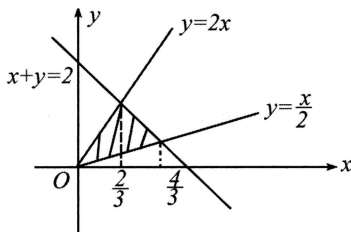
25. 解: 由题知

所求为 5 次预报中恰有 4 次准确的概率与 5 次预报全都准确的概率之和

即 $P = P_5(4) + P_5(5)$

$$\begin{aligned}
 &= C_5^4 \times 0.8^4 \times (1-0.8)^{5-4} + C_5^5 \times 0.8^5 \times (1-0.8)^{5-5} \\
 &= 5 \times 0.8^4 \times 0.2 + 0.8^5 \\
 &\approx 0.74
 \end{aligned}$$

26. 解: 如图所示



$$\text{求交点} \begin{cases} y=2x \\ x+y=2 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\frac{x}{2} \\ x+y=2 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^{\frac{2}{3}} \left(2x - \frac{x}{2}\right) dx + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} \left(2 - x - \frac{x}{2}\right) dx \\
 &= \frac{3x^2}{4} \Big|_0^{\frac{2}{3}} + \left(2x - \frac{3}{4}x^2\right) \Big|_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} \\
 &= \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

27. 解: 函数定义域为 $(-\infty, +\infty)$

$$\text{令 } y' = \frac{2x}{1+x^2} = 0 \text{ 得 } x=0$$

令 $y'' = \frac{2(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2} = 0$ 得 $x = \pm 1$

列表

x	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 0)$	0	$(0, 1)$	1	$(1, +\infty)$
y'	-		-		+		+
y''	-		+		+		-
y	$\downarrow$	$\ln 2$	$\nearrow$	0	$\uparrow$	$\ln 2$	$\uparrow$

$\therefore$ 函数增区间为 $(0, +\infty)$, 减区间为 $(-\infty, 0)$

凹区间为 $(-1, 1)$, 凸区间为 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

极小值点为 $(0, 0)$

拐点为 $(-1, \ln 2)$ 与 $(1, \ln 2)$

28. 解: 设横断面的底边长 $x \text{ cm}$, 高 $\sqrt{30^2 - x^2} \text{ cm}$, 面积为 y .

$$y = x\sqrt{30^2 - x^2}$$

$$\text{令 } y' = \sqrt{30^2 - x^2} + x \frac{-2x}{2\sqrt{30^2 - x^2}} = \frac{30^2 - 2x^2}{\sqrt{30^2 - x^2}} = 0$$

$$\text{得 } x = 15\sqrt{2}, \sqrt{30^2 - x^2} = 15\sqrt{2}$$

即 $x = 15\sqrt{2}$ 时 y 最大

$\therefore$ 当矩形横断面的底边和高均为 $15\sqrt{2} \text{ cm}$ 时, 面积最大.

高等数学(二)全真模拟试卷(六)参考答案

一、选择题

1. B 2. A 3. D 4. B 5. B 6. A 7. D 8. D 9. D 10. B

二、填空题

11. $\frac{3}{2}$

12. 1

13. 1

14. $-\tan x$

15. $-\frac{1}{\pi^2}$

16. $n!$

17. $x - \ln(1 + e^x) + C$