全国各类成人高等学校招生考试

专科起点升本科

高等数学(二)全真模拟试卷(二)

(考试时间 120 分钟)

题　号	一	二	三	总　分	
题　分	40	40	70	统分人	
得　分				核分人	

得 分	阅卷人	核分人

一、选择题(在每题给出的四个选项中只有一项符合题目要求.每题 4 分,共 40 分.)

1. $\int_0^4 e^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=$ 【　　】

A. $2(e^2+1)$　　B. $2(3e^4+1)$

C. $2e^2+4$　　D. $6e^4+1$

2. 若 x_0 为 $f(x)$的极值点,则 【　　】

A. $f'(x_0)$必存在,且 $f'(x_0)=0$　　B. $f'(x_0)$必存在,但 $f'(x_0)$不一定为零

C. $f'(x_0)$可能不存在　　D. $f'(x_0)$必定不存在

3. $\int_0^{+\infty}\frac{x}{(1+x)^3}\mathrm{d}x=$ 【　　】

A. 2　　B. $\frac{1}{2}$

C. 1　　D. 此广义积分发散

4. 设 $f(x,y)=2x+y^2+x(y-1)$,则 $f'_x(x,-1)=$ 【　　】

A. $2+2y$　　B. $2+y$

C. 2　　D. 0

5. 在一段时间内,甲去某地的概率是$\frac{1}{4}$,乙去此地的概率是$\frac{1}{5}$,假定两人的行动相互之间没有影响,那么这段时间内至少有 1 人去此地的概率是 【　　】

A. $\frac{3}{20}$　　B. $\frac{1}{5}$

C. $\dfrac{2}{5}$　　　　D. $\dfrac{9}{20}$

6. 函数 $y=\dfrac{x-1}{\ln x}+\sqrt{16-x^2}$ 的定义域是　　【　　】

A. $(0,1)$　　　　B. $(0,1)\cup(1,4)$

C. $(0,4)$　　　　D. $(0,1)\cup(1,4]$

7. 当 $n\to\infty$ 时，为了使 $\sin^2\dfrac{1}{n}$ 与 $\dfrac{1}{n^k}$ 等价，k 应为　　【　　】

A. $\dfrac{1}{2}$　　　　B. 1

C. 2　　　　D. 3

8. 若 $f'(x)<0(a<x\leqslant b)$ 且 $f(b)>0$，则在 (a,b) 内必有　　【　　】

A. $f(x)>0$　　　　B. $f(x)<0$

C. $f(x)=0$　　　　D. $f(x)$ 符号不定

9. 设 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$，则 $\left[\int f(x)\mathrm{d}x\right]'=$　　【　　】

A. $\dfrac{\cos x}{x}$　　　　B. $\dfrac{\sin x}{x}$

C. $\dfrac{\cos x}{x}+C$　　　　D. $\dfrac{\sin x}{x}+C$

10. 若直线 l 与 x 轴平行且与曲线 $y=x-e^x$ 相切，则切点坐标是　　【　　】

A. $(1,1)$　　　　B. $(-1,1)$

C. $(0,-1)$　　　　D. $(0,1)$

得 分	阅卷人	核分人

二、填空题(将答案填在横线上. 每题 4 分，共 40 分.)

11. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2-x}{2}\right)^{\frac{2}{x}-1}=$____________.

12. 设 $y=f(\ln x+a^x)$，则 $y'(e)=$__________.

13. 函数 $y=\sqrt{5-4x}$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最大值是____________.

14. $\displaystyle\int\frac{x\,\mathrm{d}x}{4+x^2}=$____________.

15. 曲线 $y=xe^{-x}$ 的拐点是____________.

16. $\displaystyle\int\ln x\,\mathrm{d}x=$____________.

17. $\displaystyle\int_a^x f'(2t)\,\mathrm{d}t=$____________.

18. $\int_{1}^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}(1+x)}=$ ____________.

19. 设 $y=y(x)$ 由方程 $x^2+xy^2+2y=1$ 确定，则 $\mathrm{d}y=$ ____________.

20. 设 $z=\sin^2(ax+by)$，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$ ____________.

得 分	阅卷人	核分人

三、解答题(应写出推理演算步骤. 共 70 分.)

21.(本题满分 8 分)

求极限 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x}{x-1}\int_{1}^{x}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t$.

22.(本题满分 8 分)

求 $\lim\limits_{x\to 0^+}x^{\sin x}$.

23.(本题满分 8 分)

设 $f(x)=x\ln 2x$，且 $f'(x_0)=2$，求 $f(x_0)$.

24.(本题满分 8 分)

计算 $\int_0^{2\pi} |\sin x| \mathrm{d}x$.

25.(本题满分 8 分)

甲、乙两人同时向一个目标射击,已知甲击中目标的概率是 0.8,乙击中目标的概率是 0.65,求这个目标被击中的概率.

26.(本题满分 10 分)

讨论 $f(x)=\int_0^x te^{-t}\mathrm{d}t$ 的单调性并求极值、拐点.

27.（本题满分 10 分）

已知曲线 $y=x^2(x\geqslant 0)$上某点 A 处的切线与该曲线及 x 轴所围图形的面积为$\frac{1}{12}$,求 A 点坐标及过点 A 的切线方程.

28.（本题满分 10 分）

用汽船拖载重相等的小船若干只,在两港之间来回运送货物,已知每次拖 4 只小船一日能来回 16 次,每次拖 7 只则一日能来回 10 次,如果小船增多的只数与来回减少的次数成正比,问每日来回多少次,每次拖多少只小船能使货运总量达到最大?

$$=b^2f'(b)-a^2f'(a)-2bf(b)+2af(a)$$

28. **证明**:设 $F(x)=(1+x)\ln(1+x)-x\ln x$

则 $F(1)=2\ln 2>0$ 且 $F(x)$在$[1,+\infty)$内可导

$\because F'(x)=\ln(1+x)-\ln x=\ln(1+\frac{1}{x})>0 \quad (x>1)$

$\therefore F(x)\uparrow, x\in(1,+\infty)$

$\therefore$有 $F(x)>F(1)>0, x\in(1,+\infty)$

即$(1+x)\ln(1+x)>x\ln x$

$\therefore \frac{\ln(1+x)}{\ln x}>\frac{x}{1+x} \quad (x>1)$得证

高等数学(二)全真模拟试卷(二)参考答案

一、选择题

1. *A* 2. *C* 3. *B* 4. *D* 5. *C* 6. *D* 7. *C* 8. *A* 9. *B* 10. *C*

二、填空题

11. e^{-1} 12. $f'(1+a^e)\cdot(\frac{1}{e}+a^e\ln a)$

13. 3 14. $\frac{1}{2}\ln(4+x^2)+C$

15. $(2,2e^{-2})$ 16. $x(\ln x-1)+C$

17. $\frac{1}{2}[f(2x)-f(2a)]$ 18. $\frac{\pi}{2}$

19. $-\frac{2x+y^2}{2(xy+1)}dx$ 20. $2ab\cos(2ax+2by)$

三、解答题

21. **解**:$\lim\limits_{x\to1}\frac{x}{x-1}\int_1^x\frac{\sin t}{t}dt=\lim\limits_{x\to1}\frac{x\int_1^x\frac{\sin t}{t}dt}{x-1}$

$$=\lim_{x\to1}\frac{\int_1^x\frac{\sin t}{t}dt}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{\frac{\sin x}{x}}{1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\sin x}{x}$$

$$=\sin 1$$

22. **解**:设 $y=x^{\sin x}$,则 $\ln y=\sin x\ln x$

$$\because \lim_{x\to 0^+}\ln y=\lim_{x\to 0^+}\sin x\ln x=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}\cdot x\ln x$$

$$=\lim_{x\to 0^+}x\ln x \qquad (0\cdot\infty\text{型})$$

$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \qquad (\frac{\infty}{\infty}\text{型})$$

$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}(-x)$$

$$=0$$

$$\therefore \lim_{x\to 0^+}x^{\sin x}=\lim_{x\to 0^+}y=1$$

23. **解**:$f'(x)=\ln 2x+x\cdot\frac{1}{2x}\cdot 2$

$f'(x_0)=\ln 2x_0+1=2$

得 $x_0=\frac{e}{2}$

$$\therefore f(x_0)=x\ln 2x\Big|_{x=\frac{e}{2}}=\frac{e}{2}\ln(2\times\frac{e}{2})=\frac{e}{2}$$

24. **解**:$f(x)=|\sin x|=\begin{cases}\sin x & 0\leqslant x\leqslant\pi\\ -\sin x & \pi<x\leqslant 2\pi\end{cases}$

$$\text{原式}=\int_0^{\pi}\sin x\,dx+\int_{\pi}^{2\pi}(-\sin x)\,dx=(-\cos x)\Big|_0^{\pi}+\cos x\Big|_{\pi}^{2\pi}$$

$$=\cos x\Big|_{\pi}^{0}+2=4$$

25. **解**:设 A=甲击中目标,B=乙击中目标,C=这个目标被击中

$\therefore C=A+B$

又$\because$ A 与 B 相互独立

$P(C)=1-P(\overline{C})$

$=1-P(\overline{A}\cdot\overline{B})$

$=1-P(\overline{A})P(\overline{B})$

$=1-[1-P(A)][1-P(B)]$

$=1-(1-0.8)\times(1-0.65)$

$=1-0.07$

$=0.93$

26. **解:** 令 $f'(x)=xe^{-x}=0$

得驻点 $x=0$

当 $x>0$ 时 $f'(x)>0$,$f(x)\uparrow$

当 $x<0$ 时 $f'(x)<0$,$f(x)\downarrow$

由上可知 $f(0)=\int_0^0 te^{-t}dt=0$ 为极小值.

令 $f''(x)=(1-x)e^{-x}=0$ 得 $x=1$

$x<1$ 时 $f''(x)>0$,$f(x)$下凹

$x>1$ 时 $f''(x)<0$,$f(x)$上凸

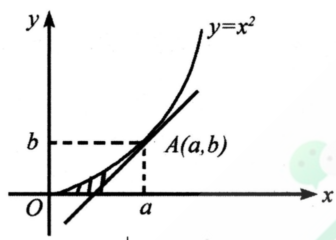
$\therefore(1,f(1))$为拐点

$$f(1)=\int_0^1 te^{-t}dt=-te^{-t}\Big|_0^1+\int_0^1 e^{-t}dt$$

$$=1-2e^{-1}$$

$\therefore$拐点为$(1,1-2e^{-1})$

27. **解:** 如图所示



设 $A(a,b)$由题知 $b=a^2$ 且 $y'\Big|_{x=a}=2a$

过 A 点切线方程为 $y-b=2a(x-a)$

$$S=\int_0^b\left[\left(\frac{1}{2}a+\frac{y}{2a}\right)-\sqrt{y}\right]dy$$

$$=\left(\frac{1}{2}ay+\frac{1}{4a}y^2-\frac{2}{3}y^{\frac{3}{2}}\right)\Big|_0^{a^2}$$

$$=\frac{1}{12}a^3$$

$\therefore S=\frac{1}{12}a^3=\frac{1}{12}$

$a=1,b=a^2=1$

即 $A(1,1)$,切线方程为 $y=2x-1$.

28. **解**:设每日来回 x 次,每次拖 y 只,每只船一次运送 a 单位的载重量,则日总货运量为 $Q=axy$ 依题有

$y-4=k(16-x)$

$7-4=k(16-10)$ 得 $k=\frac{1}{2}$

$\therefore y-4=\frac{1}{2}(16-x)$ 即 $y=12-\frac{1}{2}x$

$\therefore Q=a\left(12x-\frac{1}{2}x^2\right)$

令 $\frac{dQ}{dx}=a(12-x)=0$

得 $x=12, y=6$

答:每日来回 12 次,每次拖 6 只能使货运量达到最大.

高等数学(二)全真模拟试卷(三)参考答案

一、选择题

1.*B* 2.*B* 3.*A* 4.*D* 5.*D* 6.*A* 7.*C* 8.*B* 9.*B* 10.*B*

二、填空题

11. e^2

12. $\frac{1}{2}$

13. 10

14. $(-\infty,+\infty)$

15. $\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}\sin e^{\frac{1}{x}}$

16. $\frac{1}{x}$

17. $\frac{1}{3}\arctan\frac{x}{3}+C$

18. π

19. $f'(u)\cdot 6x^5$

20. $2^{\sin x}+C$

三、解答题