

全国各类成人高等学校招生考试

专科起点升本科

高等数学(二)全真模拟试卷(三)

(考试时间 120 分钟)

题 号	一	二	三	总 分	
题 分	40	40	70	统分人	
得 分				核分人	

得 分	阅卷人	核分人

一、选择题(在每题给出的四个选项中只有一项符合题目要求, 每题 4 分, 共 40 分.)

1. 设 $\int f(x)dx = x^2 + C$, 则 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(-\sin x) \cos x dx =$ 【 】
 A. 1 B. -1
 C. $\frac{\pi^2}{4}$ D. $-\frac{\pi^2}{4}$
2. 下列广义积分发散的是 【 】
 A. $\int_{-\infty}^0 e^x dx$ B. $\int_0^{+\infty} e^x dx$
 C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$ D. $\int_{-\infty}^1 \frac{1}{1+x^2} dx$
3. 设 $z = x^y$, 则 $dz =$ 【 】
 A. $yx^{y-1}dx + x^y \ln x dy$ B. $x^{y-1}dx + ydy$
 C. $x^y(dx + dy)$ D. $x^y(xdx + ydy)$
4. 下列四个点中, 哪一个不是二元函数 $z = x^3 - y^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$ 的驻点 【 】
 A. (1, 0) B. (1, 2)
 C. (-3, 0) D. (-3, 1)
5. 5 条线段, 其长度分别为 1、3、5、7、9 个长度单位, 则从这 5 条线段中任取 3 条可构成三角形的概率是 【 】
 A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{10}$

6. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)$, 则 $f(x)$ 是

【 】

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 非奇非偶函数

D. 不能确定

7. 方程 $x^3+2x^2-x-2=0$ 在 $(-3,2)$ 区间上

【 】

A. 有一个实根

B. 有两个实根

C. 至少有一个实根

D. 无实根

8. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量是无穷小量的是

【 】

A. $\frac{\sin x}{x}$

B. $x^2 + \sin x$

C. $\frac{\ln(1+x)}{x}$

D. $2x - 1$

9. $y = xe^{-x}$, 则 $y' =$

【 】

A. $e^{-x} + xe^{-x}$

B. $e^{-x} - xe^{-x}$

C. $2e^{-x}$

D. $-2e^{-x}$

10. 设 $\int_0^x f(x)dx = x \sin x$, 则 $f(x) =$

【 】

A. $\sin x - x \cos x$

B. $\sin x + x \cos x$

C. $x \cos x - \sin x$

D. $-x \cos x - \sin x$

得 分	阅卷人	核分人

二、填空题(将答案填在横线上. 每题 4 分, 共 40 分.)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} =$ _____.

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} =$ _____.

13. 设 $f(x) = 10$, 则 $f[f'(x)] =$ _____.

14. 函数 $y = x - \ln(1+x^2)$ 的单调增区间为 _____.

15. $y = \cos e^{\frac{1}{x}}$, 则 $y' =$ _____.

16. 设 $y = \int_1^x \ln t \, dt$, 则 $y'' =$ _____.

17. $\int \frac{1}{9+x^2} dx =$ _____.

18. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} \, dx =$ _____.

19. 设 $z = f(x^6 - y^6)$, 且 $f(u)$ 可微, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

20. 设 $f(x)=2^x$, 则 $\int f'(\sin x)\cos x dx =$ _____.

得 分	阅 卷 人	核 分 人

三、解答题(应写出推理演算步骤, 共 70 分.)

21. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{\ln(1+x)}$.

22. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2-5x+6}$.

23. (本题满分 8 分)

设 $f\left(\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x}+3$, 求 $f'(x)$.

24. (本题满分 8 分)

求 $\int_0^9 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$.

25. (本题满分 8 分)

加工某零件共经 3 道工序,若各道工序的次品率分别为 0.02、0.03、0.05,各工序相互不影响,求加工出次品的概率.

26. (本题满分 10 分)

求函数 $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$ 的极值.

27. (本题满分 10 分)

求由曲线 $y = \sqrt{x}$ 与曲线 $y = x^2$ 所围图形绕 y 轴旋转形成的旋转体的体积.

28. (本题满分 10 分)

求证: 当 $x > 1$ 时, $e^x > ex$.

28. 解: 设每日来回 x 次, 每次拖 y 只, 每只船一次运送 a 单位的载重量, 则日总货运量为 $Q=axy$ 依题有

$$y-4=k(16-x)$$

$$7-4=k(16-10) \text{ 得 } k=\frac{1}{2}$$

$$\therefore y-4=\frac{1}{2}(16-x) \text{ 即 } y=12-\frac{1}{2}x$$

$$\therefore Q=a\left(12x-\frac{1}{2}x^2\right)$$

$$\text{令 } \frac{dQ}{dx}=a(12-x)=0$$

$$\text{得 } x=12, y=6$$

答: 每日来回 12 次, 每次拖 6 只能使货运量达到最大.

高等数学(二)全真模拟试卷(三)参考答案

一、选择题

1. B 2. B 3. A 4. D 5. D 6. A 7. C 8. B 9. B 10. B

二、填空题

11. e^2

12. $\frac{1}{2}$

13. 10

14. $(-\infty, +\infty)$

15. $\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}\sin e^{\frac{1}{x}}$

16. $\frac{1}{x}$

17. $\frac{1}{3}\arctan \frac{x}{3}+C$

18. π

19. $f'(u) \cdot 6x^5$

20. $2^{\sin x}+C$

三、解答题

21. 解: 原式 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x + \sin 2x \cdot 2}{\frac{1}{1+x}}$

$$= 0$$

22. 解: 原式 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{(x-3)(x-2)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x-3} \cdot \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-2}$$

$$= 1$$

23. 解: 由 $f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x} + 3$

$$= \frac{1}{\left(\frac{1}{x}\right)^2} + \frac{1}{x} + 3$$

知 $f(x) = \frac{1}{x^2} + x + 3$

$\therefore f'(x) = -\frac{2}{x^3} + 1$

24. 解: 设 $1 + \sqrt{x} = t$, 则 $x = (t-1)^2$, $dx = 2(t-1)dt$

x	0	9
t	1	4

$\therefore \int_0^9 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx = \int_1^4 \frac{1}{t} \cdot 2(t-1)dt$

$$= 2 \int_1^4 \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt$$

$$= 2(t - \ln t) \Big|_1^4$$

$$= 2(3 - \ln 4)$$

25. 解: 设 A, B, C 分别表示三道工序生产正品, 则

$$P(A) = 1 - 0.02 = 0.98$$

$$P(B) = 1 - 0.03 = 0.97$$

$$P(C) = 1 - 0.05 = 0.95$$

由题意加工出正品事件为 ABC, 则

$$P(ABC) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0.98 \times 0.97 \times 0.95$$

$$\approx 0.903$$

∴加工出次品的概率为

$$1 - P(ABC) = 1 - 0.903 = 0.097$$

26. 解: 函数定义域为 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

$$\text{由 } y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = 0$$

得 $x=0$ 或 2

当 $x < 0$ 或 $x > 2$ 时 $y' > 0$

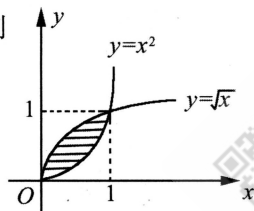
当 $0 < x < 1$ 或 $1 < x < 2$ 时 $y' < 0$

∴ $f(0) = -1$ 为极大值

$f(2) = 3$ 为极小值.

27. 解: 曲线 $y = x^2$ 与 $x = y^2$ ($y = \sqrt{x}$) 围成的平面图形如图所示, 则所求旋转体的体积为

$$\begin{aligned} V_y &= \int_0^1 \pi (\sqrt{y})^2 dy - \int_0^1 \pi (y^2)^2 dy \\ &= \int_0^1 \pi (y - y^4) dy \\ &= \pi \left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^5}{5} \right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{3}{10} \pi \end{aligned}$$



28. 证明: 设 $f(x) = e^x - ex$ 且 $f(1) = 0$

当 $x > 1$ 时 $f'(x) = e^x - e > 0$

可知 $x > 1$ 时, $f(x) \uparrow$

即 $x > 1$ 时 $f(x) > f(1), e^x - ex > 0$

∴ $x > 1$ 时, $e^x > ex$ 得证.

高等数学(二)全真模拟试卷(四)参考答案

一、选择题

1. A 2. C 3. B 4. D 5. A 6. B 7. D 8. A 9. C 10. B

二、填空题

11. 9

12. $2x - y + 1 = 0$