绝密★启用前

全国成人高校招生统考全真模拟试卷

数学·文史财经类(四)

(总分150分;考试时间120分钟)

题　号	一	二	三	总　分
分　数				

得 分	评卷人

一、选择题:本大题共17小题;每小题5分,共85分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求.

1. 设集合 $A=\{x \mid x \in \mathbf{Z}$,且 $-10 \leqslant x \leqslant -1\}$,$B=\{x \mid x \in \mathbf{Z}$,且 $|x| \leqslant 5\}$,则 $A \cup B$ 中的元素个数是　(　　)

A. 11　　B. 13

C. 16　　D. 15

2. 设 $a>b$,那么不等式 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ 成立的充要条件是　(　　)

A. $a>0>b$　　B. $a>b>0$

C. $b<a<0$　　D. $1>a>0>b>-1$

3. 已知 $\cot\alpha=\sqrt{3}$,且 $\alpha \in[0,\pi]$,则 $\alpha=$　(　　)

A. $\frac{5}{6}\pi$　　B. $\frac{1}{6}\pi$

C. $\frac{2}{3}\pi$　　D. $\frac{1}{3}\pi$

4. 函数 $y=x^2-x$ 和 $y=x-x^2$ 的图象关于　(　　)

A. 坐标原点对称　　B. x 轴对称

C. y 轴对称　　D. 直线 $y=x$ 对称

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$\cos A=\frac{5}{13}$，$\sin B=\frac{3}{5}$，则 $\cos C=$ （　　）

A. $\frac{16}{65}$　　B. $\frac{56}{65}$

C. $\frac{16}{65}$ 或 $\frac{56}{65}$　　D. $-\frac{16}{65}$

6. 函数 $f(x)=[\lg(2^x-1)]^{\frac{1}{2}}$ 的定义域是 （　　）

A. $(0,+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$

C. $[0,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

7. 已知直线 l 与直线 $2x-5y-1=0$ 平行，则 l 的斜率为 （　　）

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{5}{2}$　　D. $-\frac{5}{2}$

8. 已知函数 $y=x^5+3x^4$，则 $y'\Big|_{x=2}=$ （　　）

A. 8　　B. 176

C. 7　　D. 186

9. 若函数 $f(x)=1+\log_a x$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上是减函数，则 （　　）

A. $a>1$　　B. $a>2$

C. $1<a<2$　　D. $0<a<1$

10. 已知不等式 $x^2+px+q<0$ 的解集为 $\{x\mid -3<x<2\}$，则 （　　）

A. $p=-1,q=6$　　B. $p=1,q=6$

C. $p=-1,q=-6$　　D. $p=1,q=-6$

11. 已知椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 上一点 P 到椭圆一个焦点的距离为 3，则点 P 到另一个焦点的距离为 （　　）

A. 2　　B. 3

C. 5　　D. 7

12. 某天上午要排语文、数学、体育、计算机四节课，其中体育不排在第一节，那么这天上午课程表的不同排法种数是 （　　）

A. 6　　B. 9

C. 18　　D. 24

13. 若 x_1, x_2 是方程 $x^2 + mx + (m+3) = 0 (m \in \mathbf{R})$ 的两个实根，则 $x_1^2 + x_2^2$ 的最小值是　　(　　)

A. -7　　B. 2

C. 18　　D. 不存在

14. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - 1$，则前 n 项和 $S_n =$　　(　　)

A. $n^2 - 1$　　B. n^2

C. $n^2 + 1$　　D. $(n+1)^2$

15. 将一枚均匀硬币连掷 5 次，5 次都出现正面的概率为　　(　　)

A. $\frac{1}{32}$　　B. $\frac{1}{16}$

C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{5}$

16. $\frac{1 - \tan 30^\circ}{1 + \tan 30^\circ} \cdot \tan 75^\circ =$　　(　　)

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}$　　D. 0

17. 设 $\sqrt{2} - 1, x + 1, \sqrt{2} + 1$ 成等比数列，则 $x =$　　(　　)

A. -2　　B. 0

C. -2 或 0　　D. 1

得 分	评卷人

二、填空题：本大题共 4 小题；每小题 4 分，共 16 分. 把答案填在题中横线上.

18. 已知 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a} = (-1, 3)$，$\boldsymbol{b} = (m, n)$，则 m, n 应满足的关系为____________.

19. 以椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的焦点为焦点，离心率 $e = 2$ 的双曲线方程是____________.

20. 函数 $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的最大值为____________.

21. 盒中装有标号为 1，2，…，12 的 12 张卡片，从中任取一张，则取到的是 3 或 5 的倍数的概率为______.

得 分	评卷人

三、解答题:本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤.

22.本小题满分 12 分

已知 $\cos\alpha=\frac{1}{3}$,$\cos(\alpha+\beta)=-\frac{3}{5}$,且 α,β 都是锐角,求 $\cos\beta$ 的值.

23. 本小题满分 12 分

（ⅰ）在等差数列$\{a_n\}$中，$a_4=9$，$a_9=-6$，求满足$S_n=54$的所有自然数n的值.

（ⅱ）在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_n=66$，$S_n=126$，$a_2 \cdot a_{n-1}=128$，求n和q.

数学(文史财经类)全真模拟试卷(四)参考答案

一、

1. C　2. A　3. B　4. B　5. A　6. D　7. A　8. B　9. D

10. D　11. D　12. C　13. B　14. B　15. A　16. A　17. C

二、 18. $3n-m=0$　19. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{12}=1$　20. 4　21. $\frac{1}{2}$

三、 22. 解：$\because \cos\alpha=\frac{1}{3}$

$\therefore \sin\alpha=\sqrt{1-(\frac{1}{3})^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\because \cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin(\alpha+\beta)=\dfrac{4}{5}$

$\therefore \cos\beta=\cos[(\alpha+\beta)-\alpha]=\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha+\sin(\alpha+\beta)\sin\alpha$

$$=(-\frac{3}{5})\times\frac{1}{3}+\frac{4}{5}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{8\sqrt{2}-3}{15}$$

23. **解**:(ⅰ)因为数列$\{a_n\}$为等差数列

则有
$$a_9-a_4=5d=-15, d=-3$$
$$a_1=a_4-3d=9-3\times(-3)=18$$

此时,$S_n=na_1+\dfrac{1}{2}n(n-1)d=18n+\dfrac{1}{2}n(n-1)\cdot(-3)$

$$=18n-\frac{3}{2}n^2+\frac{3}{2}n-\frac{3}{2}n^2+\frac{39}{2}n=54-3n^2+39n-108=0$$

$n^2-13n+36=0$

解之得 $n=4$ 或 $n=9$

所以,满足条件的所有自然数 n 为 4 或 9.

(ⅱ)在等比数列$\{a_n\}$中有
$$a_2\cdot a_{n-1}=a_1\cdot a_n=128$$

则 a_1 和 a_n 满足下面的方程组
$$\begin{cases}a_1+a_n=66\\a_1a_n=128\end{cases}$$

解之得$\begin{cases}a_1=2\\a_n=64\end{cases}$或$\begin{cases}a_1=64\\a_n=2\end{cases}$

当 $a_1=2, a_n=64$ 时, $S_n=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}=\dfrac{2-64q}{1-q}=126$

$$2-64q=126-126q, q=2$$

$a_n=64$ 即 $a_1q^{n-1}=64, 2\cdot2^{n-1}=64, n=6.$

所以,$n=6, q=2.$

当 $a_1=64, a_n=2$ 时,$S_n=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}=\dfrac{64-2q}{1-q}=126$

$64-2q=126-126q, q=\dfrac{1}{2}$

这时,$a_n=2$ 即 $a_nq^{n-1}=2$

$64\cdot(\dfrac{1}{2})^{n-1}=2$, $(\dfrac{1}{2})^{n-1}=(\dfrac{1}{2})^5, n=6.$ 所以,$n=6, q=\dfrac{1}{2}$

24. **解**:设定价为 a,卖出数量为 b,则价格上涨后其销售收入为 y,有下式
$$y=a(1+\frac{x}{10})\cdot(1-\frac{mx}{10})=\frac{ab}{100}(10+x)(10-mx)$$

(1)当 $m=1$ 时,上式得 $y=\dfrac{ab}{100}(10^2-x^2)$

∴ 当 $x=0$ 时 $y_{\max}=ab$

(2) 当 $m=\dfrac{1}{2}$ 时，上式得 $y=\dfrac{ab}{200}(200+10x-x^2)$

∴ 当 $m=5$ 时 $y_{\max}=\dfrac{9}{8}ab$

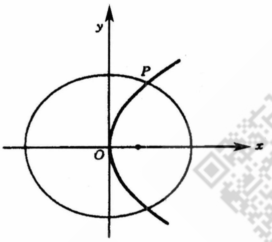
答：(1) $x=0$；(2) $x=5$

25. **解**：由于椭圆 $x^2+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 与顶点在原点，开口向右的抛物线有公共焦点，则椭圆的焦点必在 x 轴上，从而 $0<b<1$ 且半焦距 $c=\sqrt{1-b^2}$

抛物线的方程为 $y^2=4cx$，代入椭圆方程得 $x^2+\dfrac{4cx}{b^2}=1$，即 $b^2x^2+4cx-b^2=0$.

记点 P 的横坐标为 x_P，则 $x_P>0$，且

$$x_P=\frac{-2c+\sqrt{4c^2+b^4}}{b^2}=\frac{-2c+2-b^2}{b^2}$$



记椭圆的离心率为 e，由于长半轴为 1，从而 $e=c$，于是

$$x_P=\frac{-2e+1+e^2}{1-e^2}=\frac{(1-e)^2}{1-e^2}=\frac{1-e}{1+e}$$

由 $x_P=\dfrac{1}{2}$ 得 $e=\dfrac{1}{3}$.