

全国成人高校招生统考全真模拟试卷

数学·文史财经类(二)

(总分 150 分;考试时间 120 分钟)

题 号	一	二	三	总 分
分 数				

得 分	评卷人

一、选择题:本大题共 17 小题;每小题 5 分,共 85 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x \mid x^2 - 2x + 1 > 0\}$, $N = \{x \mid y = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)\}$, 则 $C_U(M \cap N)$ 等于 ()
- A. $\mathbf{R}$ B. M
C. N D. $\{x \mid x \leq 1\}$
2. 已知 $a > b > 1$, $0 < c < 1$, 则下列不等式中恒成立的是 ()
- A. $\log_a c > \log_b c$ B. $a^c < b^c$
C. $c^a > c^b$ D. $\log_c a > \log_c b$
3. 下列函数中是偶函数的是 ()
- A. $y = \tan x$ B. $y = |x^3|$
C. $y = (x^2 + x)^2$ D. $y = (3^x)^2$
4. 已知 m 是关于 x 的方程 $6x^2 + 7x - 3 = 0$ 的正实根, 且 $m^{\cos \alpha} > 1$, 则 α 角所在的象限是 ()
- A. 一、二 B. 一、四
C. 三、四 D. 二、三
5. 与函数 $y = |x|$ 相同的函数是 ()

A. $y = a^{\log_a |x|}$

B. $y = (\sqrt{x})^2$

C. $y = \sqrt[3]{x^3}$

D. $y = \sqrt{x^2}$

6. 若 $\lg 2, \lg(2^x - 1), \lg(2^x + 3)$ 成等差数列, 则 x 的值为

()

A. 0

B. $\log_2 5$

C. 32

D. 0 或 32

7. 用 0, 1, 2, 3 四个数字组成个位数字不为 1 的没有重复数字的四位数, 共有个数为

()

A. 16

B. 14

C. 12

D. 10

8. 设 $f(x)$ 满足 $f(-x) = -f(x), f(x) = f(4-x), x \in [0, 2)$ 时, $f(x) = x$, 则 $f(11.5)$ 等于

()

A. -1.5

B. 1.5

C. -0.5

D. 0.5

9. 已知 θ 是第三象限角, 且 $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = \frac{5}{9}$, 那么 $\sin 2\theta$ 等于

()

A. $\frac{2}{3}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

10. 已知点 $A(1, 3), B(3, -5)$, 则线段 AB 的垂直平分线方程是

()

A. $x + 4y - 6 = 0$

B. $x - 4y + 6 = 0$

C. $x - 4y - 6 = 0$

D. $x + 4y + 6 = 0$

11. 曲线 $y = x^3$ 在点 $(3, 27)$ 处的切线方程是

()

A. $27x - y - 54 = 0$

B. $27x - y + 54 = 0$

C. $18x - y - 27 = 0$

D. $18x - y + 27 = 0$

12. 任选一个两位数, 它既是奇数又是偶数的概率是

()

A. $\frac{7}{97}$

B. $\frac{20}{90}$

C. $\frac{41}{90}$

D. 0

13. 如果一个椭圆的两条准线间距离是这个椭圆焦距的三倍, 那么椭圆的离心率是

()

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

14. 函数 $y = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$ 的定义域是 ()

A. $x > 0$

B. $x \leq -1$ 或 $x > 0$

C. $x < -1$ 或 $x > 0$

D. $0 < x < 1$

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$, 则 $\triangle ABC$ 为 ()

A. 等腰三角形

B. 直角三角形

C. 等边三角形

D. 无法判断

16. $C_{99}^{97} + C_{99}^{98} =$ ()

A. C_{100}^{98}

B. C_{99}^{99}

C. C_{100}^{99}

D. C_{98}^{97}

17. 点 $(2, -3)$ 关于直线 $y = x$ 的对称点坐标是 ()

A. $(3, -2)$

B. $(-3, -2)$

C. $(-3, 2)$

D. $(3, 2)$

得分	评卷人

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

18. 已知向量 $\mathbf{a} = (5, x)$, $\mathbf{b} = (6, 13)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $x =$ _____.

19. 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 关于直线 $x - y - 2 = 0$ 对称的圆的方程是 _____.

20. 不等式 $|2x + 5| \geq 1$ 的解集为 _____.

21. 已知离散型随机变量 ξ 的分布列为

ξ	1	-1
P	p	$1-p$

, 那么 $E(\xi) =$ _____.

得 分	评卷人

三、解答题:本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤.

22. 本小题满分 12 分

在 $\triangle ABC$ 中,已知 $2\sin B \cos C = \sin A$

(i) 求证: $B = C$;

(ii) 若 $A = 120^\circ$, $BC = 1$,求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

23. 本小题满分 12 分

在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 4$, 前 n 项和 $S_n = 11$, 又 a_1, a_7, a_{10} 成等比数列, 求项数 n .

24. 本小题满分 12 分

有甲、乙两种商品,经营销售这两种商品所能获得的利润依次是 p 和 q (万元). 它们与投放的资金 x (万元) 的关系,有经验公式: $p = \frac{1}{5}x$, $q = \frac{3}{5}\sqrt{x}$, 今有 3 万元资金投入经营甲、乙两种商品. 那么,对甲、乙两种商品的资金投入分别是多少时才能获得最大利润?

25. 本小题满分 13 分

已知双曲线方程 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, F_1, F_2 是两个焦点, 点 P 在双曲线上, 且 $|PF_1| \cdot |PF_2| = 32$, 求 $\angle F_1PF_2$ 的大小.

数学(文史财经类)全真模拟试卷(二) 参考答案

一、

1. D 2. A 3. B 4. D 5. D 6. B 7. B 8. D 9. C
10. C 11. A 12. D 13. B 14. C 15. C 16. A 17. C

二、 18. $-\frac{30}{13}$ 19. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 1$

20. $\{x \mid x \leq -3 \text{ 或 } x \geq -2\}$ 21. $2p-1$

三、 22. (i) 证明: $A = \pi - (B + C)$

$$\begin{aligned}\therefore \sin A &= \sin[\pi - (B + C)] = \sin(B + C) \\ &= \sin B \cos C + \cos B \sin C\end{aligned}$$

$$\text{又 } \because \sin A = 2 \sin B \cos C \quad \text{②}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{②} - \text{①} \text{ 得 } \sin B \cos C - \cos B \sin C &= 0 \\ \text{即 } \sin(B - C) &= 0\end{aligned}$$

$$\therefore \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } B = C$$

(ii) 解: 由 $A = 120^\circ, B = C$, 知 $B = C = 30^\circ$

$$\text{由正弦定理 } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \text{ 得 } \frac{1}{\sin 120^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ}$$

$$\therefore AC = \frac{1}{\sqrt{3}} = AB$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

23. 解: 设公差为 d , 则 $a_7 = a_1 + 6d, a_{10} = a_1 + 9d$

由 $(a_1 + 6d)^2 = a_1(a_1 + 9d)$ 得 $3d^2 + d = 0$

$$d = 0 \text{ 或 } d = -\frac{1}{3}$$

当 $d = 0$ 时是常数列, $S_n = 4n = 11, n = \frac{11}{4}$ (舍)

$$\text{当 } d = -\frac{1}{3} \text{ 时, } S_n = 4n + \frac{n + (n-1)}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 11$$

$$\text{即 } n^2 - 25n + 66 = 0$$

$$n = 3 \text{ 或 } 22$$

24. 解: $\because$ 总利润 $s = p + q$, 总投资 3 万元.

设投资甲商品 x 万元, 则投资乙商品 $(3 - x)$ 万元.

$$s = \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}\sqrt{3-x} \quad (0 \leq x \leq 3)$$

令 $t = \sqrt{3-x}$, 则 $0 \leq t \leq \sqrt{3}$

$$\therefore s = \frac{1}{5}(3 + 3t - t^2) = -\frac{1}{5}\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{21}{20}$$

$$\text{当 } t = \frac{3}{2} \text{ 时, } s_{\max} = \frac{21}{20}$$

$$\text{由 } t = \frac{3}{2} \text{ 时, 得 } x = 3 - t^2 = \frac{3}{4} = 0.75 \text{ (万元)}$$

$$3 - x = 2.25 \text{ (万元)}$$

答: 对甲商品投资 0.75 万元, 乙商品投资 2.25 万元时才能获得最大利润.

25. 解: $\because a^2 = 9, b^2 = 16$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2 = 25$$

$$\therefore a = 3, b = 4, c = 5$$

设 $|PF_1| = m, |PF_2| = n$

由双曲线定义得 $|m - n| = 2a = 6$, 又 $\because mn = 32$

在 $\triangle F_1PF_2$ 中, 由余弦定理得

$$\cos \angle F_1PF_2 = \frac{m^2 + n^2 - (2c)^2}{2mn} = \frac{(m-n)^2 + 2mn - 4c^2}{2mn} = \frac{36 + 64 - 4 \times 25}{2 \times 32} = 0$$

$$\therefore \angle F_1PF_2 = 90^\circ$$