

全国成人高校招生统考全真模拟试卷

数学 · 文史财经类(一)

(总分 150 分;考试时间 120 分钟)

题号	一	二	三	总分
分数				

得分	评卷人

一、选择题:本大题共 17 小题;每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个的选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $C_U A = \{2, 3\}$, 则 $A \cap C_U A$ 为 ()
- A. $\{2, 3\}$ B. $\{1, 4, 5\}$
C. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ D. \emptyset
2. $\sin\alpha = \sin\beta$ 是 $\alpha = \beta$ 的 ()
- A. 充分但不必要条件 B. 必要但不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 设椭圆 $\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 过点 $(-2, \sqrt{3})$, 则其焦距是 ()
- A. $2\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{3}$
C. $4\sqrt{5}$ D. $4\sqrt{3}$
4. 不等式 $|3x + 1| > 8$ 的解集是 ()
- A. $x < -3$ 或 $x > \frac{7}{3}$ B. $x < 3$ 或 $x > \frac{7}{3}$
C. $-3 < x < \frac{7}{3}$ D. $3 < x < \frac{7}{3}$
5. 点 $(-1, -2)$ 关于直线 $x + y = 0$ 对称的点的坐标是 ()
- A. $(1, 2)$ B. $(2, 1)$

- C. $(-2, -1)$ D. $(-1, -2)$
6. 已知函数 $f(x) = \log_2(ax + b)$, $f(2) = 2$, $f(3) = 3$, 则 ()
- A. $a = 1, b = -4$ B. $a = 2, b = -2$
- C. $a = 4, b = 3$ D. $a = 4, b = -4$
7. 用 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字, 组成没有重复数字的三位数, 其中偶数共有 ()
- A. 24 个 B. 30 个
- C. 40 个 D. 60 个
8. 若 $\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{3}$, 则 $\sin x =$ ()
- A. $\frac{8}{9}$ B. $\pm \frac{8}{9}$
- C. $\frac{2}{3}$ D. $\pm \frac{2}{3}$
9. 下列函数中为偶函数的是 ()
- A. $y = \cos(x + 1)$ B. $y = 3^x$
- C. $y = (x - 1)^2$ D. $y = \sin^2 x$
10. 掷两颗骰子, 点数之和等于 4 的概率是 ()
- A. $\frac{1}{11}$ B. $\frac{1}{12}$
- C. $\frac{5}{36}$ D. $\frac{1}{6}$
11. 若直线 l 经过点 $P(0, 5)$ 且与点 $Q(-1, 3)$ 的距离为 1, 则直线 l 的方程是 ()
- A. $y = x + 5$ B. $y = \frac{3}{4}x + 5$
- C. $y = \frac{4}{3}x + 5$ D. $y = -x + 5$
12. 抛物线 $y^2 = ax$ ($a < 0$) 的焦点到准线的距离是 ()
- A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a}{2}$
- C. $-\frac{a}{4}$ D. $-\frac{a}{2}$
13. 直线 $3x - 4y + 9 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2x = 0$ 的位置关系是 ()
- A. 直线过圆心 B. 直线与圆相交但不过圆心

C. 相切

D. 相离

14. 与直线 $12x + 5y + 3 = 0$ 平行的圆 $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 7 = 0$ 的切线方程是 ()

A. $12x + 5y - 56 = 0$ 或 $12x + 5y - 22 = 0$

B. $12x + 5y - 56 = 0$ 或 $12x + 5y + 22 = 0$

C. $12x + 5y + 56 = 0$ 或 $12x + 5y - 22 = 0$

D. $12x + 5y + 56 = 0$ 或 $12x + 5y + 22 = 0$

15. 设函数 $f(x) = x^2 - 3x$, 则 $f'(1) =$ ()

A. 1

B. 2

C. -1

D. -2

16. 甲、乙、丙三人射击的命中率都是 0.5, 他们各自打靶一次, 那么他们都没有中靶的概率是 ()

A. 0.125

B. 0.25

C. 0.3

D. 0.5

17. “三角形三个内角的度数成等差数列”是“它的一个内角为 60° ”的 ()

A. 充分但不必要条件

B. 必要但不充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分又非必要条件

得分	评卷人

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

18. 向量 $\mathbf{a} = (4, 3)$ 与 $\mathbf{b} = (x, -12)$ 互相垂直, 则 $x =$ _____.

19. 设函数 $f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1)$, 满足 $f(2) = 9$, 则 $f(\frac{1}{2}) =$ _____.

20. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知角 A 为钝角, $\sin A = \frac{4}{5}$, $AB = 5$, $AC = 3$, 则 $BC =$ _____.

21. 设 $x_1 = 4, x_2 = 6, x_3 = 8$, 则样本方差是 _____.

得分	评卷人

三、解答题：本大题共 4 小题，共 49 分。解答应写出推理、演算步骤。

22. 本小题满分 12 分

在 $\triangle ABC$ 中，已知 $(\sin A + \sin B + \sin C)(\sin A + \sin B - \sin C) = 3\sin A \sin B$

求证： $A + B = 120^\circ$

23. 本小题满分 12 分

设等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都是正数且满足 $a_3 + a_2 = 2 + \sqrt{5}$, $a_3 - a_2 = a_1$, 求该数列的通项公式.

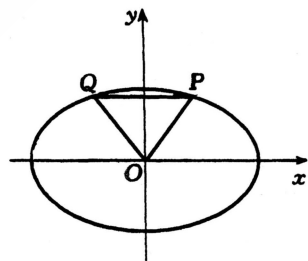
24. 本小题满分 12 分

已知一鸡场的一面靠墙(墙长 18m),另三边用篱笆围成,若篱笆长为 35m,要使围成的长方形场地面积最大,靠墙的边应该多长?

25. 本小题满分 13 分

如图: 设椭圆 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{\lambda^2} = 1 (\lambda > 0)$ 的焦点在 x 轴上, O 为坐标原点, P, Q 为椭圆上两点, 使

得 OP 所在直线的斜率为 1, $OP \perp OQ$, 若 $\triangle POQ$ 的面积恰为 $\frac{3\sqrt{2}}{4}\lambda$, 求该椭圆的焦距.



数学(文史财经类)全真模拟试卷(一) 参考答案

一、

1. D 2. B 3. D 4. A 5. B 6. D 7. A 8. A 9. D
10. B 11. B 12. D 13. D 14. D 15. C 16. A 17. C

二、 18. 9 19. $\sqrt{3}$ 20. $2\sqrt{13}$ 21. $\frac{8}{3}$

三、 22. 证明: 根据正弦定理可得

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R}$$

∴ 已知条件可变换为

$$\frac{1}{4R^2}(a+b+c)(a+b-c) = \frac{1}{4R^2} \cdot 3ab$$

$$\text{即 } (a+b)^2 - c^2 = 3ab$$

$$\therefore a^2 + b^2 - c^2 = ab$$

$$\therefore \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1}{2}$$

即 $\cos C = \frac{1}{2}, C = 60^\circ$

$\therefore A + B = 120^\circ$

23. 解: 设公比为 q , 由已知条件可得方程组

$$\begin{cases} a_1 q^2 + a_1 q = 2 + \sqrt{5} & \text{①} \\ a_1 q^2 - a_1 q = a_1 & \text{②} \end{cases}$$

由 ② 式得 $q^2 - q = 1$, 解得 $q = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

由于 $a_n > 0$, 故公比 q 取正号

即 $q = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ③

将 ③ 式代入 ① 式得 $a_1 \times \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 + a_1 \times \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) = 2 + \sqrt{5}$

解得 $a_1 = 1$.

故通项公式为 $a_n = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}$.

24. 解: 设靠墙的边长为 x , 则宽为 $\frac{1}{2}(35 - x)$, 面积 y 为 $y = \frac{1}{2}x(35 - x) (0 < x \leq 18)$

令 $y' = \frac{35}{2} - x = 0$ 得 $x = \frac{35}{2}$ 当 $0 < x < \frac{35}{2}$ 时, $y' > 0$

$\frac{35}{2} < x < 18$ 时, $y' < 0$

$\therefore x = \frac{35}{2}$ 时, y 取极大值, 即为最大值.

答: 靠墙边长为 17.5m 时, 面积最大.

25. 解: 设 P, Q 的坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$.

由于 OP 所在直线的斜率为 1, 所以 $x_1 = y_1$

又 $OQ \perp OP$, 所以 OQ 所在直线的斜率为 -1 , 从而

$$x_2 = -y_2$$

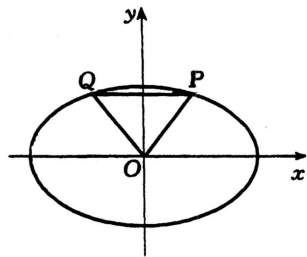
由 P, Q 都在椭圆上, 可得

$$\frac{x_i^2}{6} + \frac{y_i^2}{\lambda^2} = 1, i = 1, 2$$

由此得 $x_i^2 = \frac{6\lambda^2}{6 + \lambda^2}, i = 1, 2$

于是

$$|OP| = |OQ| = \sqrt{2} |x_i| = \frac{2\sqrt{3}\lambda}{\sqrt{6 + \lambda^2}}$$



由于 $OP \perp OQ$, 所以 $\triangle POQ$ 的面积为 $\frac{1}{2} |OP| |OQ| = \frac{6\lambda^2}{6+\lambda^2}$.

从假设可得

$$\frac{6\lambda^2}{6+\lambda^2} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \lambda$$

即

$$\lambda^2 - 4\sqrt{2}\lambda + 6 = 0$$

解得

$$\lambda = 3\sqrt{2} \text{ 或 } \lambda = \sqrt{2}$$

由于椭圆的焦点在 x 轴上, 所以 $0 < \lambda < \sqrt{6}$, 因此 $\lambda = \sqrt{2}$

于是该椭圆的焦距为 $2\sqrt{6-\lambda^2} = 4$