

全国成人高校招生统考全真模拟试卷

数学 · 理工农医类(四)

(总分 150 分;考试时间 120 分钟)

题 号	一	二	三	总 分
分 数				

得 分	评卷人

一、选择题:本大题共 17 小题;每小题 5 分,共 85 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\bar{A} \cup \bar{B} =$ ()
- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$
C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
2. 设 α 是第三象限的角, 则 $k \cdot 360^\circ - \alpha (k \in \mathbf{Z})$ 是 ()
- A. 第一象限的角 B. 第二象限的角
C. 第三象限的角 D. 第四象限的角
3. 函数 $y = \sqrt{4 - 3x - x^2}$ 的定义域是 ()
- A. $[-1, 4]$ B. $(-\infty, -4] \cup [1, +\infty)$
C. $[-4, 1]$ D. $(-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$
4. 函数 $y = \cos^4 x - \sin^4 x$ 的最小正周期是 ()
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π
C. 2π D. 4π
5. 函数 $y = 2^{x-1}$ 的反函数是 ()
- A. $y = 1 + \log_2 x$ B. $y = \frac{1}{2^x} + 1$

C. $y = \log_2(x - 1)$

D. $y = \frac{1}{2^{x-1}}$

6. $F(x) = (1 + \frac{2}{2^x - 1})f(x) (x \neq 0)$ 是偶函数, 且 $f(x)$ 不恒等于零, 则 $f(x)$ ()

A. 是奇函数

B. 是偶函数

C. 可能是奇函数也可能是偶函数

D. 不是奇函数也不是偶函数

7. 函数 $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 的单调增加区间是 ()

A. $(-\infty, -2)$

B. $(2, +\infty)$

C. $[-2, 2]$

D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

8. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - 3 + 3^n$, 则其前 n 项和 $S_n =$ ()

A. $n^2 - 2n$

B. $n^2 - 2n + \frac{3^{n+1}}{2} - \frac{3}{2}$

C. $n^2 + 2n + \frac{3^{n+1}}{2} - \frac{3}{2}$

D. 无法计算

9. 已知 $\cos\theta = -\frac{4}{5} (\frac{\pi}{2} < \theta < \pi)$, 则 $\cos(\theta + \frac{\pi}{4}) =$ ()

A. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$

B. $\frac{7}{10}\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{10}$

D. $-\frac{7}{10}\sqrt{2}$

10. 已知 $y = x^3 + e^x$, 则 $y' \Big|_{x=1} =$ ()

A. 2

B. $3 + e$

C. 3

D. $2 + e$

11. 复数 $(1 + i)^{100}$ 的值等于 ()

A. $-2^{50}i$

B. 2^{50}

C. $2^{50}i$

D. -2^{50}

12. 若圆的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{2} + \sqrt{2} \cos t \\ y = -\sqrt{2} + \sqrt{2} \sin t \end{cases}$ (t 为参数), 则此圆的圆心坐标和半径分别为 ()

A. $(2, -2), \sqrt{2}$

B. $(\sqrt{2}, -\sqrt{2}), 2$

C. $(\sqrt{2}, -\sqrt{2}), \sqrt{2}$

D. $(2, -2), \sqrt{2}$

13. 过点 $M(-3, 2)$ 与向量 $\mathbf{a} = (-2, 1)$ 平行的直线方程是 ()

A. $x - 2y + 7 = 0$

B. $x + 2y - 1 = 0$

C. $2x + y + 8 = 0$

D. $x + 2y + 4 = 0$

14. 椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦点为 F_1 和 F_2 , 点 P 在椭圆上, 如果线段 PF_1 的中点在 y 轴上, 那

么 $|PF_1|$ 是 $|PF_2|$ 的 ()

A. 7 倍

B. 5 倍

C. 4 倍

D. 3 倍

15. 已知长方体的全面积为 11, 十二棱长之和为 24, 则这个长方体的对角线长为 ()

A. $2\sqrt{3}$

B. $\sqrt{14}$

C. 5

D. 6

16. 二项式 $(ax - 1)^8$ 的展开式中, x^5 的系数是 ()

A. $-56a^5$

B. $56a^5$

C. -56

D. 56

17. 用 1、2、3、4、5 这 5 个数字, 组成没有重复数字的三位数, 其中偶数共有 ()

A. 24 个

B. 30 个

C. 40 个

D. 60 个

得 分	评卷人

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

18. 已知 $A(1, 1), B(-1, 5), \vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{AB}$, 则 C 点坐标为_____.

19. 如果一个圆柱外切于一个球, 那么这个圆柱的全面积与球的表面积之比是_____.

20. 在 100 件产品中, 有 95 件合格品, 5 件次品, 从中任取两件, 都是合格品的概率是_____.

21. 与圆 $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 24 = 0$ 关于 y 轴对称的圆的标准方程是_____.

得 分	评卷人

三、解答题：本大题共 4 小题，共 49 分。解答应写出推理、演算步骤。

22. 本小题满分 12 分

求函数 $f(x) = x - e^x$ 的单调区间及极值。

23. 本小题满分 12 分

设 $\{a_n\}$ 是由正实数组成的数列, 其前 n 项的和为 S_n , 已知 a_n 与 2 的等差中项等于 S_n 与 2 的等比中项.

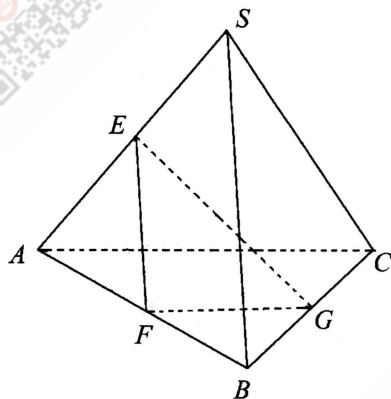
- (i) 求此数列的前三项;
- (ii) 求此数列的通项公式.

24. 本小题满分 12 分

抛物线过 $A(-3,0)$, $B(1,0)$ 点, 顶点到 x 轴的距离为 2. 求此二次函数的解析式.

25. 本小题满分 13 分

如图:设正棱锥 $S-ABC$ 的体积为 6, E, F 和 G 分别是 SA, AB 和 BC 的中点, 已知二面角 $E-FG-A$ 的平面角为 60° , 求 SA .



数学(理工农医类) 全真模拟试卷(四) 参考答案

一、

1. C 2. B 3. C 4. B 5. A 6. A 7. D 8. B 9. D
10. B 11. D 12. C 13. B 14. A 15. C 16. A 17. A

二、

18. $(0, 3)$ 19. $3:2$ 20. $\frac{893}{990}$ 21. $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$

三、

22. 解: 函数的定义域为 $(-\infty, +\infty)$

$$f'(x) = (x - e^x)' = x' - (e^x)' = 1 - e^x$$

令 $f'(x) = 0$, 得 $x = 0$. 列表如下:

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0, +\infty)$
y'	+	0	-
y	$\nearrow$	-1	$\searrow$

故函数 $f(x) = x - e^x$ 在 $x = 0$ 处取极大值 $y_{\max} = -1$.

单调增区间为 $(-\infty, 0)$, 单调减区间为 $(0, +\infty)$.

23. 解: (i) 由题设可得 $\frac{a_n + 2}{2} = \sqrt{2S_n}$

当 $n = 1$ 时, $a_1 + 2 = 2\sqrt{2S_1}$, 又 $S_1 = a_1$ 所以 $a_1 + 2 = 2\sqrt{2a_1}$

解之得 $a_1 = 2$

当 $n = 2$ 时, $a_2 + 2 = 2\sqrt{2S_2}$ 又 $S_2 = a_1 + a_2 = 2 + a_2$, 于是

$$2\sqrt{2(2+a_2)} = a_2 + 2 \quad \text{又 } a_2 > 0, \text{ 解上式得 } a_2 = 6$$

当 $n = 3$ 时, $a_3 + 2 = 2\sqrt{2S_3}$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 2 + 6 + a_3 = 8 + a_3$$

则有 $a_3 + 2 = 2\sqrt{2(a_3 + 8)}$ 又 $a_3 > 0$, 解上式得 $a_3 = 10$

因此这个数列的前三项是 $a_1 = 2, a_2 = 6, a_3 = 10$

(ii) 由题设有 $\frac{a_n + 2}{2} = \sqrt{2S_n} \quad (n \in \mathbf{N}^*)$

$$S_n = \frac{1}{8}(a_n + 2)^2$$

$$\text{由此可得 } S_{n+1} = \frac{1}{8}(a_{n+1} + 2)^2$$

$$\text{从而 } a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$$

$$= \frac{1}{8}[(a_{n+1} + 2)^2 - (a_n + 2)^2]$$

整理得 $(a_{n+1} + a_n)(a_{n+1} - a_n - 4) = 0$, 因为 $a_{n+1} + a_n > 0$

所以 $a_{n+1} - a_n - 4 = 0, a_{n+1} - a_n = 4$

这表明数列 $\{a_n\}$ 是公差为 4 的等差数列

又由 (i) 知 $a_1 = 2$

故此数列的通项公式为 $a_n = 2 + (n-1) \cdot 4 = 4n - 2$.

24. 解: 由抛物线的对称性知, 抛物线顶点坐标为 $(-1, 2)$ 或 $(-1, -2)$

设二次函数解析式为 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

当顶点为 $(-1, 2)$, 过 $(-3, 0), (1, 0)$ 时

$$\begin{cases} 9a - 3b + c = 0 \\ a + b + c = 0 \\ a - b + c = 2 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -1 \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$\therefore$ 二次函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$

当顶点为 $(-1, -2)$, 过 $(-3, 0), (1, 0)$ 时

$$\begin{cases} 9a - 3b + c = 0 \\ a + b + c = 0 \\ a - b + c = -2 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ 或

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$$

25. 解: 设 O 为 S 在底面 ABC 上的射影, 则 O 为 $\triangle ABC$ 的中心.

$\therefore O$ 在 AG 上, E 在底面上的射影 H 也在 AG 上, 连结 BO , 则 $BO \perp AC$, $\therefore FG \parallel AC$, $\therefore BO \perp FG$

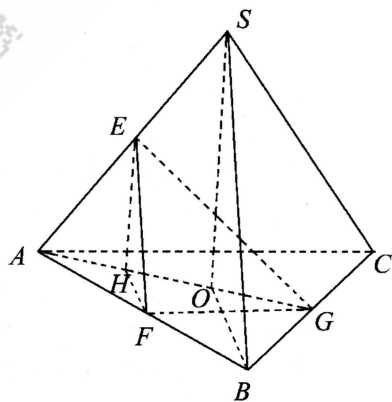
连结 FH

$\therefore FH \perp FG$

$\therefore \angle EFH$ 为二面角 $E-FG-A$ 的平面角
记 $SA = l, AB = a, SO = h$.

$$\therefore EF = \frac{1}{2}SB = \frac{1}{2}SA = \frac{1}{2}l$$

$$EH = \frac{1}{2}SO = \frac{1}{2}h$$



在 $\text{Rt}\triangle EFH$ 中, $EH = EF \cdot \sin 60^\circ$ 得 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}l$ 在 $\text{Rt}\triangle SOA$ 中, $OA = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

$$\therefore l^2 = h^2 + \frac{1}{3}a^2, \text{即 } a^2 = 3(l^2 - h^2) = \frac{3}{4}l^2$$

$$\therefore V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3}{4}l^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}l = \frac{3}{32}l^3 = 6$$

$$\therefore l = 4, \text{即 } SA = 4$$