

2021 年成人高等学校招生全国统一考试专升本

数学(理工农医类)试题

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题, 共 85 分)

一、选择题(本大题共 17 小题, 每小题 5 分, 共 85 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 若集合 $A = \{x | -1 \leq x < 5\}$, $B = \{x | -2 < x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{x | -1 \leq x < 2\}$ B. $\{x | -2 < x < 2\}$
C. $\{x | -2 < x < 5\}$ D. $\{x | -1 \leq x < 5\}$
2. 已知 $\sin a < 0$ 且 $\tan a < 0$, 则 a 是 ()
A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角
3. 下列函数中, 既是偶函数又是周期函数的为 ()
A. $y = \sin 2x$ B. $y = x^2$
C. $y = \tan x$ D. $y = \cos 3x$
4. 函数 $y = 1 + \log_2 x (x > 0)$ 的反函数为 ()
A. $y = 2^{1-x} (x \in \mathbb{R})$ B. $y = 2^{x-1} (x \in \mathbb{R})$
C. $y = -1 + \log_{\frac{1}{2}} x (x > 0)$ D. $y = \log_2 \frac{x}{2} (x > 0)$
5. 函数 $y = 5\cos^2 x - 3\sin^2 x$ 的最小正周期为 ()
A. 4π B. 2π
C. π D. $\frac{\pi}{2}$
6. 已知平面 a , 两条直线 l_1, l_2 .
设甲: $l_1 \perp a$ 且 $l_2 \perp a$;
乙: $l_1 // l_2$,
则
A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件 B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
C. 甲是乙的充要条件 D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
7. 下列函数中, 在 $(0, +\infty)$ 为增函数的是 ()

A. $y = x^2 + x$

B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

C. $y = (\frac{1}{4})^x$

D. $y = \cos x$

8. 不等式 $|x-1| > 1$ 的解集为

A. $\{x | x > 2\}$

B. $\{x | x < 0\}$

C. $\{x | 0 < x < 2\}$

D. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

9. 已知向量 $a = (6, 0, -3)$, $b = (-2, 9, x)$, 且 $a \perp b$, 则 $x =$

A. -4

B. -1

C. 1

D. 4

10. 已知函数 $f(x) = 2x + 1$, 则 $f(2x) =$

A. $4x^2 + 1$

B. $4x + 1$

C. $x + 1$

D. $2x + 2$

11. $(1+i)(1-i) =$

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

12. 甲、乙各进行一次射击, 若甲击中目标的概率是 0.4, 乙击中目标的概率是 0.5, 且甲、乙是否击中目标相互独立, 则甲、乙都击中目标的概率是

A. 0.9

B. 0.5

C. 0.4

D. 0.2

13. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程为

A. $\frac{x}{4} \pm \frac{x}{9} = 0$

B. $\frac{x}{9} \pm \frac{x}{4} = 0$

C. $\frac{x}{2} \pm \frac{x}{3} = 0$

D. $\frac{x}{3} \pm \frac{x}{2} = 0$

14. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 + a_5 = 2$, 则 $a_1 + a_2 + a_6 + a_7 =$

A. 1

B. 2

C. 4

D. 8

15. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点作 x 轴的垂线, 交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB| =$

A. 2

B. 4

C. $4\sqrt{2}$

D. 8

16. 若向量 $a = (3, 4)$, 则与 a 方向相同的单位向量为

A. $(0, 1)$

B. $(1, 0)$

C. $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

D. $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$

23. (本小题满分 12 分)

等比数列 $\{a_n\}$, 已知 $a_2 + a_4 = -10$. 公比 $q = -\frac{1}{3}$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求 $\{a_n\}$ 的前 4 项和.

24. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$.

(I) 求 $f'(x)$;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值与最小值.

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, $M(0, -1)$ 和 $N(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ 为 C 上两点.

(I) 求 C 的标准方程;

(II) 设 P 为 C 的左顶点, 求 $\triangle PMN$ 的面积.

2021 年成人高等学校高起点招生全国统一考试 数学(理工农医类)参考答案

一、选择题

1. A
2. D
3. D
4. B
5. C
6. B
7. A
8. D
9. A
10. B
11. A
12. D
13. C
14. C
15. B
16. C
17. A

二、填空题

18. $x+2y-5=0$

19. 2

20. $\frac{4\pi}{3}$

21. 62. 65

三、解答题

22. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA=OB=r$,

在 $\triangle AOB$ 中, $\angle OAB=\angle ABO=30^\circ$, 所以 $\angle AOB=120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2+r^2-2r^2\cos 120^\circ=(3\sqrt{3})^2$, 解得 $r=3$.

所以 $\odot O$ 的半径为3.

23. (I) 由已知得 $a_1q+a_1q^3=-10$,

又 $q=-\frac{1}{3}$, 所以 $a_1(-\frac{1}{3}-\frac{1}{27})=-10$, 解得 $a_1=27$,

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a=27\times(-\frac{1}{3})^{n-1}$.

(II) $a_1+a_3=\frac{1}{q}(a_2+a_4)$, 又 $a_2+a_4=-10$, 故 $a_1+a_2+a_3+a_4=20$.

所以 $\{a_n\}$ 的前4项和为20.

24. (I) $f'(x)=6x^2-6x$.

(II) 令 $f'(x)=0$, 解得 $x=0$ 或 $x=1$.

因为 $f(-2)=-26$, $f(0)=2$, $f(1)=1$, $f(2)=6$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值为6, 最小值为-26.

25. (I) 将点 M 和 N 的标代入 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2}=1 \\ \frac{3}{a^2}+\frac{1}{4b^2}=1, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a^2=4, \\ b^2=1, \end{cases}$$

因此 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

(II) 由(I)得 $P(-2, 0)$, 故 $|PM|=\sqrt{5}$, 直线 PM 的方程为 $x+2y+2=0$,

因此点 N 到直线 PM 的距离

$$d=\frac{|\sqrt{3}+2\times\frac{1}{2}+2|}{\sqrt{5}}=\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{5}},$$

所以 $\triangle PMN$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$.